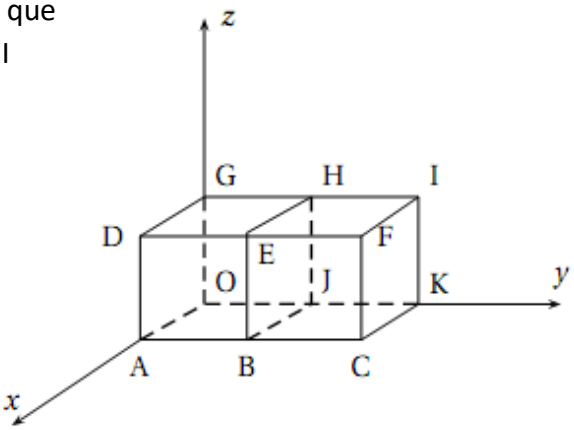
EXERCICE N°1 : 20' 5 points

Dans chacun des questions suivantes une seule des propositions est correcte.

Dans la figure ci-contre OACKGDFI est un parallélépipède tel que OA = OG = 1 et OK = 2 . B = A * C , J = O * K , E = D * F et H = G * I

On munit l'espace du repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OG})$



1) Le produit scalaire $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{FC}$ est égal à :

a) 1 **b)** - 1 **c)** 2

2) Une représentation paramétrique de la droite (KE) est :

a) $\begin{cases} x = \alpha \\ y = 2 + \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x = 3 + 4\alpha \\ y = \alpha \\ z = 4\alpha \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x = 1 - \alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = 1 - \alpha \end{cases}$

3) Une équation cartésienne du plan (GBK) est :

a) 2x + 2y - z - 2 = 0 **b)** x + y - 3 = 0 **c)** x + y + 2z = 2

4) La distance du point C au plan (ADH) est :

a) $\sqrt{2}$ **b)** 2 **c)** $\frac{1}{2}$

5) Le volume du tétraèdre HJKB est égal à :

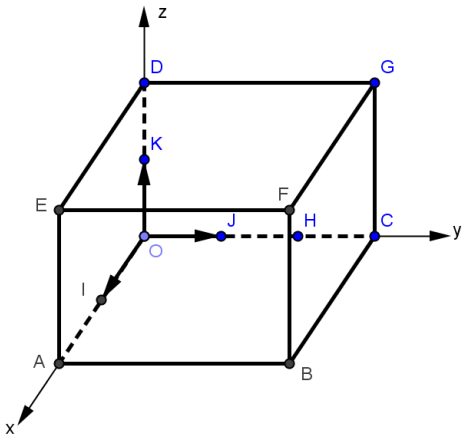
a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{1}{3}$

EXERCICE N°2 : 30' 5 points

Dans chacun des questions suivantes une seule des propositions est correcte.

Dans la figure ci-contre OABCDEFG est un parallélépipède rectangle tel que OA = OD = 2, OC = 3, I = O * A, K = O * D, OJ = 1 et OH = 2.

On munit l'espace du repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OK})$



1) Le produit scalaire $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CE}$ est égal à :

a) 2 **b)** - 2 **c)** 0

2) Le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est égal à :

a) $3\overrightarrow{AE}$ **b)** $3\overrightarrow{EA}$ **c)** $\vec{0}$

3) Une représentation paramétrique de la droite (IH) est :

a) $\begin{cases} x = 1 - \alpha \\ y = -2\alpha \\ z = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -2\alpha \\ z = 0 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x = -1 - \alpha \\ y = -2\alpha \\ z = 0 \end{cases}$

4) L'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\overrightarrow{AM}\left(\overrightarrow{GF} \wedge \overrightarrow{GD}\right) = 0$ est :

a) Le plan (ABC) **b)** Le plan (EFG) **c)** Le plan (BFD)

5) La distance du point I à la droite (FG) est :

a) $\sqrt{17}$ **b)** $\sqrt{13}$ **c)** $\sqrt{11}$

6) Le projeté orthogonal de H sur le plan (ABD) est le point :

a) H'(2,1,1) **b)** H'(1,1,2) **c)** H'(1,2,1).

EXERCICE N°3 : 25' 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soient les points A(-1,1,1), B(1,-1,0), C(1,1,2) et D(3,3,-1).

1) a) Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire l'aire du triangle ABC.

b) Vérifier qu'une équation du plan (ABC) est : $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

2) Montrer que ABCD est un tétraèdre et calculer son volume.

3) Soient H et H' les projetés orthogonaux du point D resp sur le plan (ABC) et sur la droite (AB).

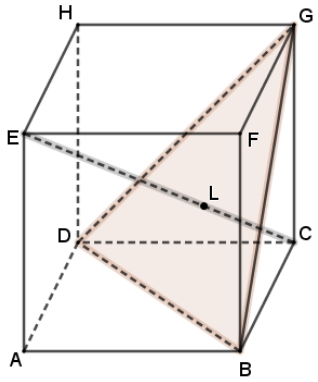
a) Sans calculer les coordonnées de H et H', calculer les distances DH, DH' et HH'.

b) Montrer que H a pour coordonnées $\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$.

4) Soit M un point quelconque de la droite (AB). Déterminer la distance DM en fonction du paramètre α de la droite (AB) et retrouver alors la distance DH'.

EXERCICE N°4 : 30' 6 points

ABCDEFGH est un cube d'arête. On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1) a) Déterminer les composantes de $\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BG}$.

b) En déduire une équation cartésienne du plan (EBG).

c) Vérifier que la droite (EC) est perpendiculaire au plan (BGD).

2) Soit le point K(0 , 2 , 1).

a) Montrer que DBGK est un parallélogramme.

b) Calculer le volume du pyramide EDBGK.

3) A tout réel de [0,1] on associe le point M($\alpha, \alpha, 1-\alpha$).

a) Montrer que M est un point de [EC].

b) Vérifier que d(M,(BD)) = $\sqrt{3\alpha^2 - 4\alpha + \frac{3}{2}}$.

c) Déterminer α pour que d(M,(BD)) soit minimale. Soit L le point associé à cette valeur de α.

d) Vérifier que L est centre de gravité de BGD.

e) Déduire que (EC) est l'axe du cercle circonscrit au triangle BDG.